la superficie trasformata è un piano. Questo fatto è una conseguenza necessaria dell'ipotesi da noi ammessa che nella trasformazione le generatrici si mantengano rettilinee.

Sono degne d'essere notate le seguenti due applicazioni del teorema generale dimostrato al principio di questo §.

1° Ogni superficie gobba sulla quale esiste una linea geodetica normale a tutte le generatrici si può, come è. manifesto, considerare come generata dalle rette perpendicolari ai piani osculatori di una linea a doppia curvatura. Ora quando questa linea geodetica viene trasformata in una linea retta, le generatrici della superficie si dispongono tutte normalmente a questa retta. Si può dunque dire che :

Ogni superficie gobba generata dalle perpendicolari ai piani osculatori di una linea a doppia curvatura è applicabile sopra una superficie conoidale *).

Le formole relative a questa trasformazione sono semplicissime. Infatti se l, m, n sono i coseni degli angoli fatti coi tre assi dalla normale al piano osculatore di una linea a doppia curvatura di cui u è l'arco, r il raggio di torsione, si ha

e quindi

$$l_1 = \cos \varphi, \qquad m_1 = \text{sen}\, \varphi, \qquad n_1 = 0 .$$

2° In virtù del teorema generale dimostrato in questo § si vede che il numero delle superficie rigate *rettificanti* di una linea qualsivoglia, piana od a doppia curvatura, è *illimitato.* È chiaro infatti che se da ogni punto di questa linea si conduce una retta perpendicolare alla normale principale ed inclinata sulla tangente di un angolo variabile con legge qualunque, si genera una superficie rigata della quale la linea data è linea geodetica : si può dunque sempre trasformare questa superficie in modo che la linea si converta in una retta.

Chiamiamo a_1, b_1, c_1 ; a_2, b_2, c_2 ; a , b , c i coseni degli angoli fatti coi tre assi dalla tangente, dalla normale principale e dalla perpendicolare al piano osculatore della linea data, con ρ, r i raggi di 1ª e 2ª curvatura. Indicando con l, m, n i coseni degli angoli fatti coi tre assi dalla generatrice di una delle superficie rigate rettificanti, si può porre

$$l = a_1 \cos \theta + a\, \text{sen}\, \theta, \qquad m = b_1 \cos \theta + b\, \text{sen}\, \theta, \qquad n = c_1 \cos \theta + c\, \text{sen}\, \theta,$$

*) ENNEPER, Zeitschrift fùr Mathematik und Physik, Jahrgang IX (1864), pag. 398.